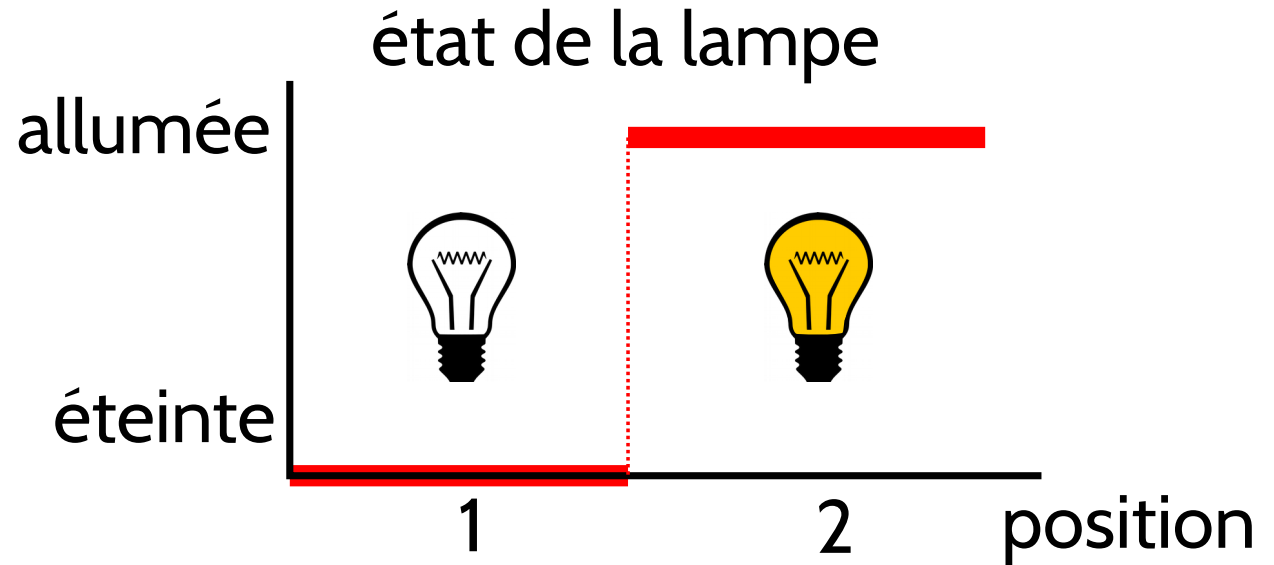
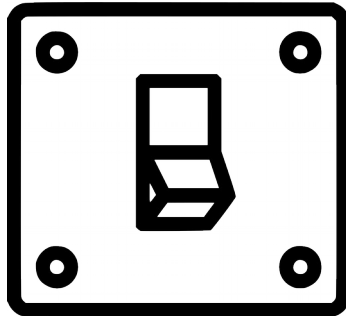


Électronique Numérique

Les fonctions logiques

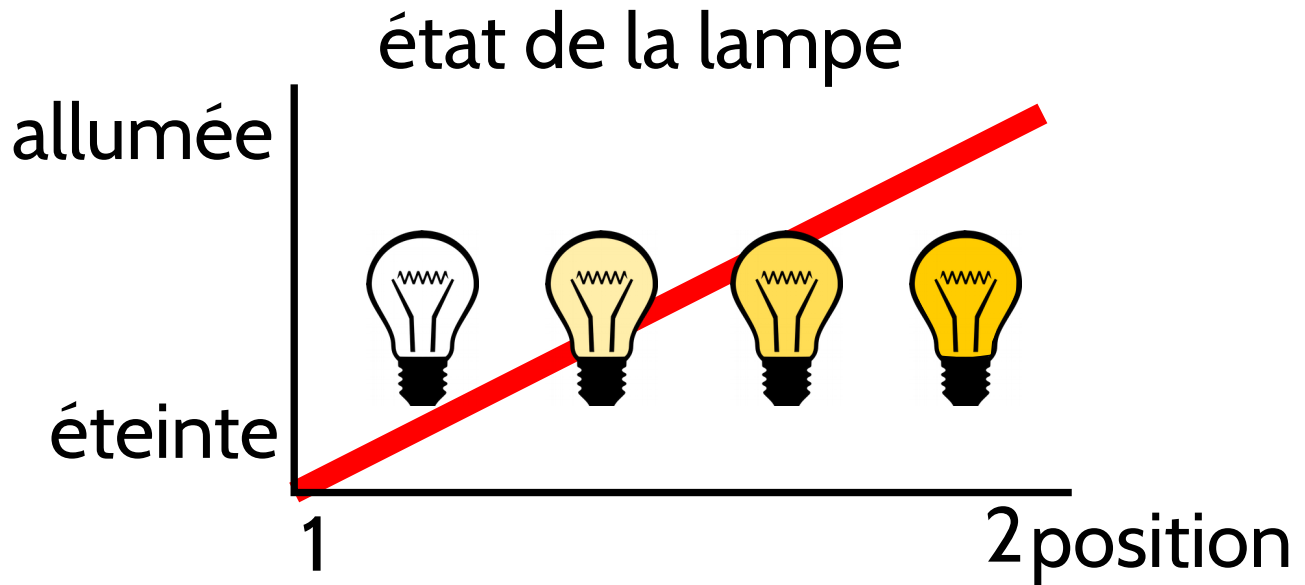
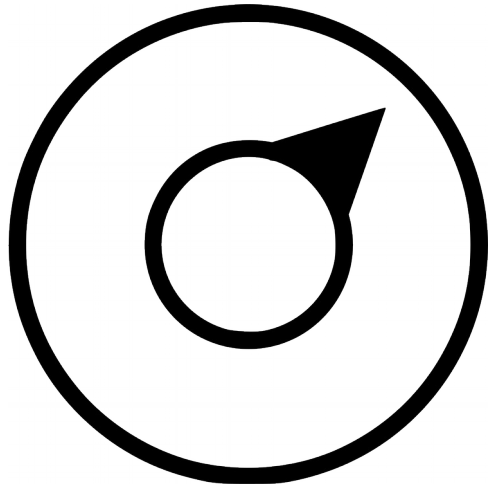
Introduction

- Un interrupteur simple (“numérique”)



Introduction

- Un variateur (“analogique”)



Introduction

- Variateur
 - Infinité de valeurs à l'intérieur d'une gamme continue
 - Grandeur analogique
- Interrupteur
 - Deux valeurs discrètes
 - Grandeur numérique

Introduction

- Atouts des systèmes numériques
 - Stockage de l'information plus facile
 - Compression des données
 - Moins sensible au bruit
 - Systèmes de détection et correction des erreurs

Introduction

- Les signaux numériques représentent des valeurs binaires
 - Ne peuvent prendre que deux états
- Variable binaire: un bit
 - « Binary Digit » : chiffre en base 2
 - Dans un circuit électronique la grandeur physique associée est la tension (en volts)

“Le monde réel est analogique”

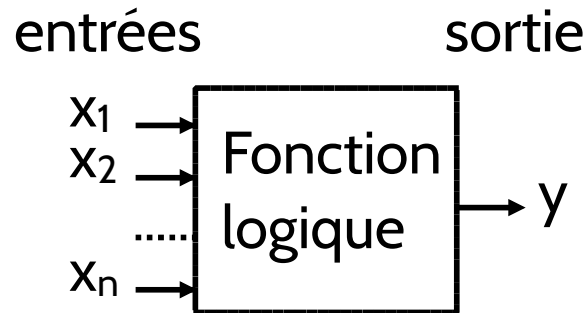
Quelques définitions

- Variable logique ou booléenne
 - Variable binaire qui ne peut prendre que deux états: 0 ou 1
- État logique
 - Valeur attribuée à une variable logique
- Notations:
 - 1, Vrai, H(haut), NLH (Niveau Logique Haut)...
 - 0, Faux, L(Low – Bas), NLB (Niveau Logique Bas)...

Quelques définitions

- Fonctions logiques

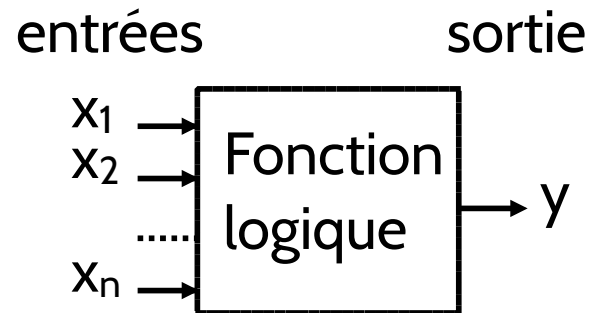
- Soient x_1, x_2, \dots, x_n variables booléennes, à toutes combinaisons de x_1, x_2, \dots, x_n (entrées) on associe une variable y (sortie) que nous noterons $y(x_1, x_2, \dots, x_n)$ et qui définit la fonction y



Quelques définitions

- Table de vérité d'une fonction logique
 - Elle énumère pour toutes les combinaisons d'entrées ($x_1 \dots x_n$) la valeur de la sortie y
 - Il y a 2^n combinaisons différentes pour n entrées

x_1	x_2	x_3	y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1



Quelques définitions

- Logique combinatoire
 - La sortie est fonction uniquement des entrées
- Logique séquentielle
 - La sortie est fonction des entrées mais aussi de l'état passé (effet mémoire)

Fonctions à une entrée

- Fonction identité / fonction OUI



x	y(x)
0	0
1	1

- Fonction complément / fonction NON

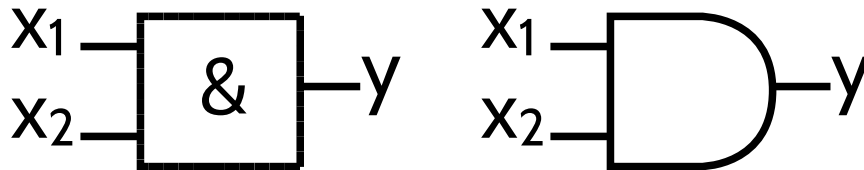


x	y(x)
0	1
1	0

Fonctions à plusieurs entrées

- Fonction ET (AND)

- Vraie si et seulement si toutes ses entrées sont vraies
- Notation: $x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n$
- Propriétés: associative, commutative



x_1	x_2	y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

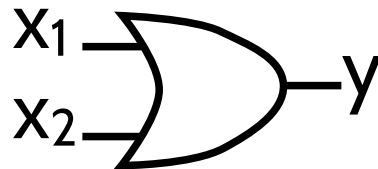
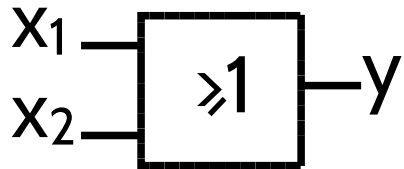
Fonctions à plusieurs entrées

- Fonction OU (OR)

- Vraie si au moins une de ses entrées est vraie

- Notation: $x_1 + x_2 + \dots + x_n$

- Propriétés: associative, commutative



x_1	x_2	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

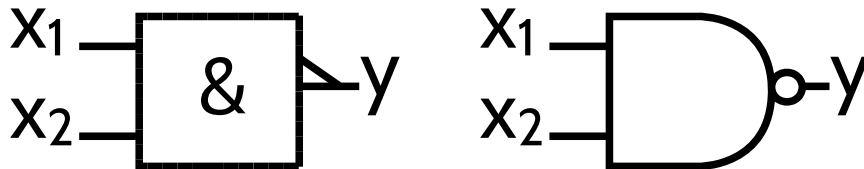
Fonctions à plusieurs entrées

- Fonction NAND (ET-NON)

- C'est le complément de la fonction ET : fausse si et seulement si toutes les entrées sont vraies

- Notation: $\overline{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$

- Propriétés: associative, commutative



x_1	x_2	ET	y
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

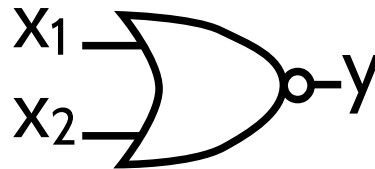
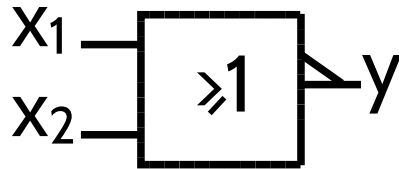
Fonctions à plusieurs entrées

- Fonction NOR (OU-NON)

- C'est le complément de la fonction OU : fausse si au moins une des entrées est vraie

- Notation: $\overline{x_1 + x_2 + \dots + x_n}$

- Propriétés: associative, commutative



x_1	x_2	OU	y
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

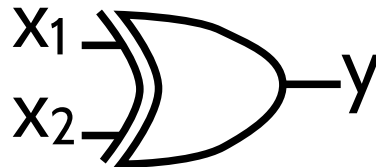
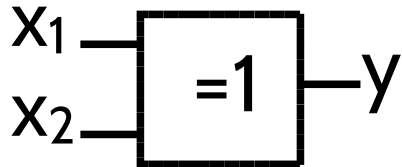
Fonctions à plusieurs entrées

- Fonction XOR (OU exclusif)
 - Vraie si le nombre d'entrées vraies est impair

– Notation : $x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_n$

– Remarque : $x_1 \oplus x_2 = \bar{x}_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot \bar{x}_2$

x_1	x_2	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



Quelques propriétés

- $x_1 + 0 = x_1$ $x_1 + 1 = 1$ $x_1 + x_1 = x_1$

- $x_1 \cdot 0 = 0$ $x_1 \cdot 1 = x_1$ $x_1 \cdot x_1 = x_1$

- $x_1 \oplus 0 = x_1$ $x_1 \oplus 1 = \bar{x}_1$ $x_1 \oplus x_1 = 0$

- Distributivité de \cdot sur $+$: $x_1 \cdot (x_2 + x_3) = (x_1 \cdot x_2) + (x_1 \cdot x_3)$

- Distributivité de $+$ sur \cdot : $x_1 + (x_2 \cdot x_3) = (x_1 + x_2) \cdot (x_1 + x_3)$

- Absorption : $x_1 + (\bar{x}_1 \cdot x_2) = x_1 + x_2 = (x_1 + \bar{x}_1) \cdot (x_1 + x_2) = (1) \cdot (x_1 + x_2)$

x_1	x_2	ET	OU
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

Quelques propriétés

- Théorème de De Morgan

- Le complément de OU \Rightarrow Le ET des compléments

$$\overline{X_1 + X_2 + \dots + X_n} = \bar{X}_1 \cdot \bar{X}_2 \cdot \dots \cdot \bar{X}_n$$

cas avec deux variables :

$$\overline{X_1 + X_2} = \bar{X}_1 \cdot \bar{X}_2$$

x_1	x_2	NOR	\bar{x}_1	\bar{x}_2	$\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2$
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	0

- Le complément de ET \Rightarrow Le OU des compléments

$$\overline{X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n} = \bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \dots + \bar{X}_n$$

Équation logique et table de vérité

- Expression MINTERME
 - Décrit UNE combinaison des variables pour laquelle la fonction est vraie
- Forme MINTERME d'une FONCTION (ou Somme de produits)
 - Toute la table de vérité peut s'exprimer comme l'union (OU) d'expressions « Mintermes »

$$y = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 + \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

$$\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3$$

$$\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

$$x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

x1x2x3	y(x1,x2,x3)
000	0
001	1
010	0
011	1
100	1
101	0
110	0
111	1

Différentes représentations d'une fonction logique

- Des phrases décrivant le comportement logique de la fonction

- Table de vérité

- Une équation logique

- Simplifiable algébriquement

$$Z = A.B.C + A.\bar{B}.\overline{\overline{A.C}}$$

De Morgan $Z = A.B.C + A.\bar{B}.\overline{\overline{A.C}}$

Double Complémentation $Z = A.B.C + A.\bar{B}.(A+C)$

Distributivité $Z = A.B.C + A.\bar{B}.A + A.\bar{B}.C$

Propriétés $Z = A.B.C + A.\bar{B} + A.\bar{B}.C$

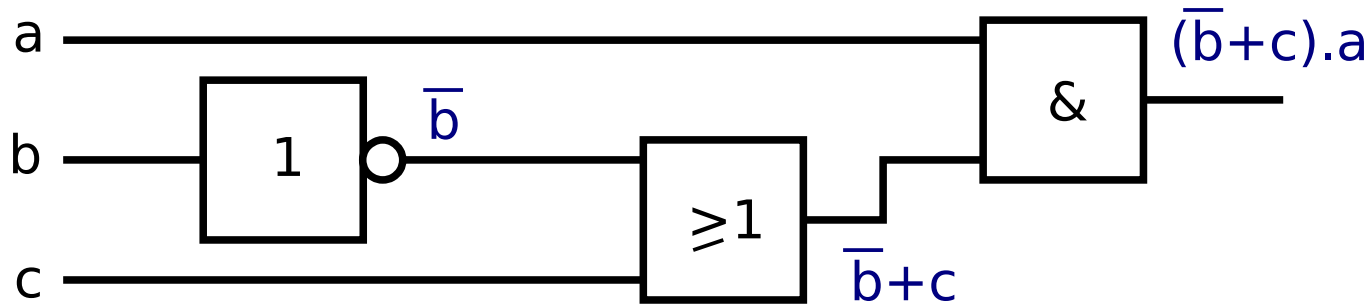
Factorisation $Z = A.C.(B + \bar{B}) + A.\bar{B}$

Propriétés $Z = A.C + A.\bar{B}$

Factorisation $Z = A.(C + \bar{B})$

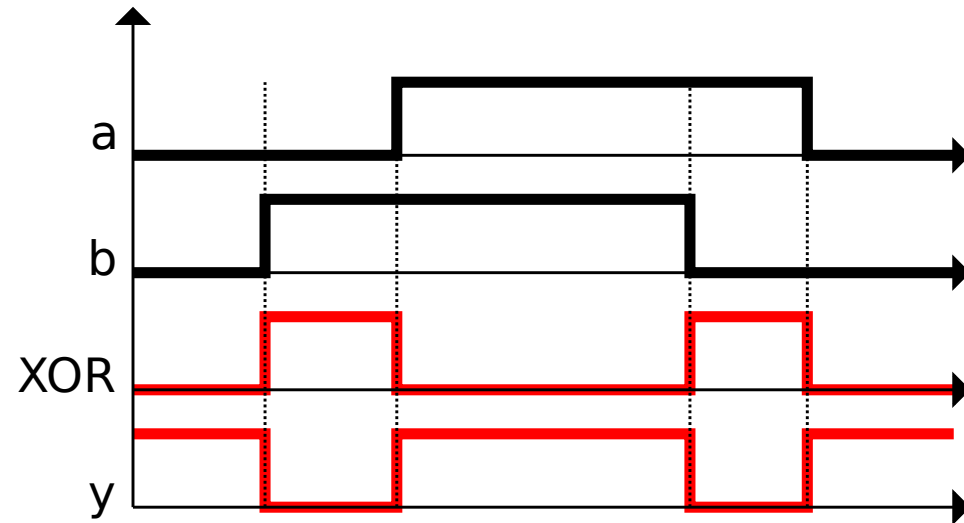
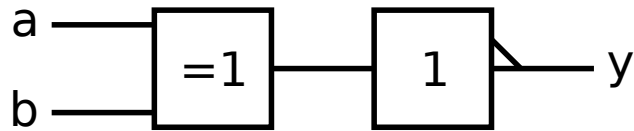
Différentes représentations d'une fonction logique

- Un logigramme



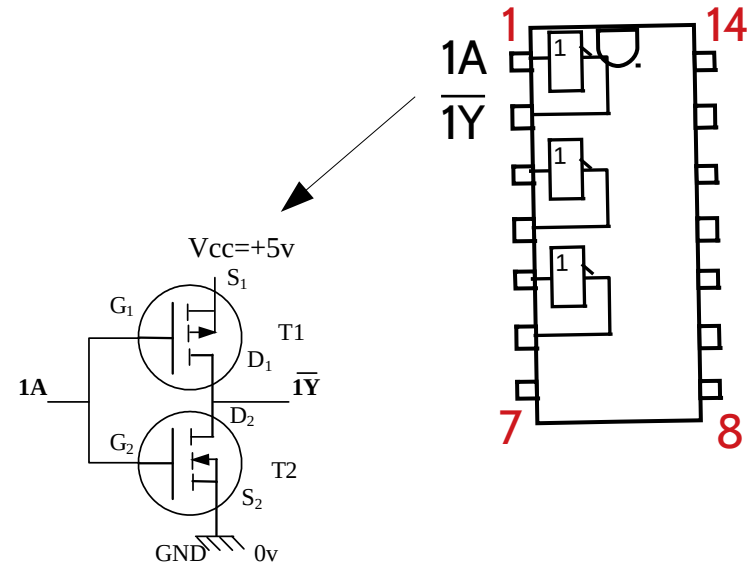
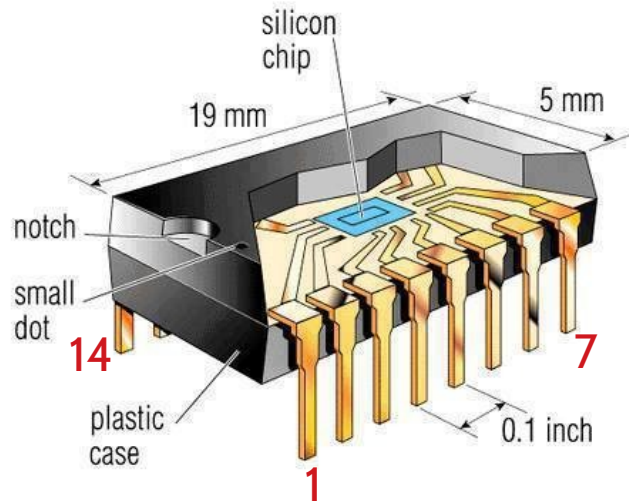
Différentes représentations d'une fonction logique

- Le chronogramme
 - Visualiser les signaux au cours du temps (un chronogramme n'est pas toujours exhaustif)



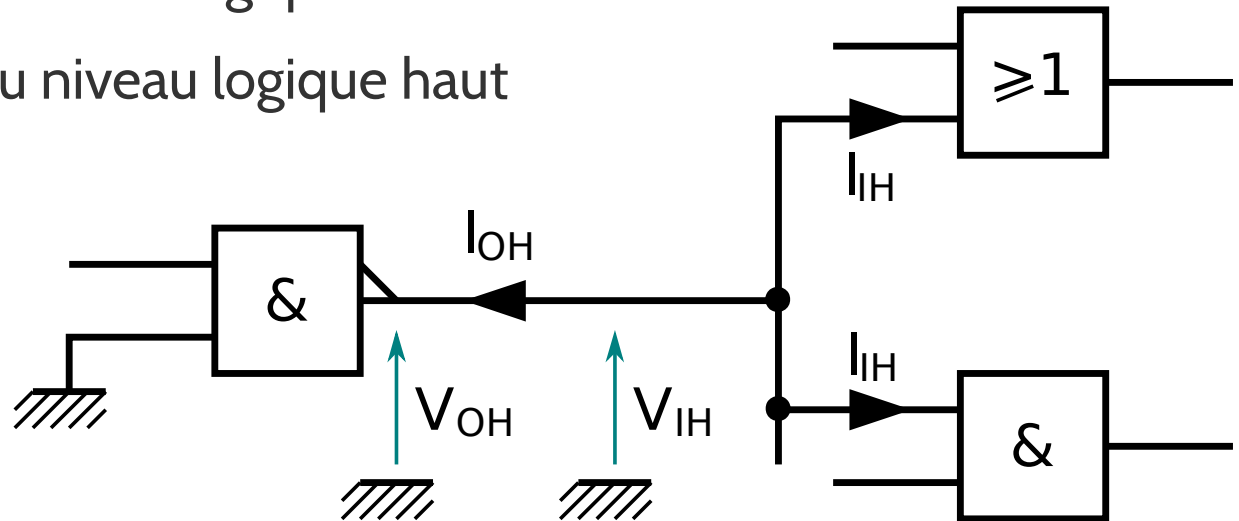
Comment sont matérialisées les fonctions logiques

- Les opérateurs logiques usuels existent sous la forme de circuits intégrés



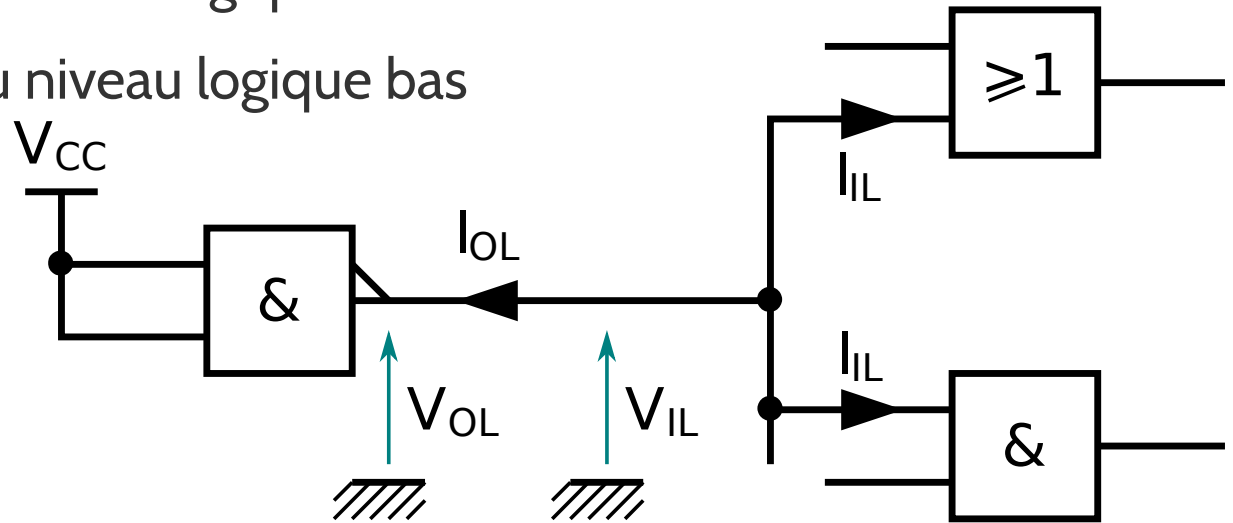
Caractéristiques électriques des circuits logiques

- V_{OH} : tension de sortie au niveau logique haut (Output High)
- V_{IH} : tension d'entrée au niveau logique haut (Input High)
- I_{IH} : courant d'entrée au niveau logique haut
- I_{OH} : courant de sortie au niveau logique haut

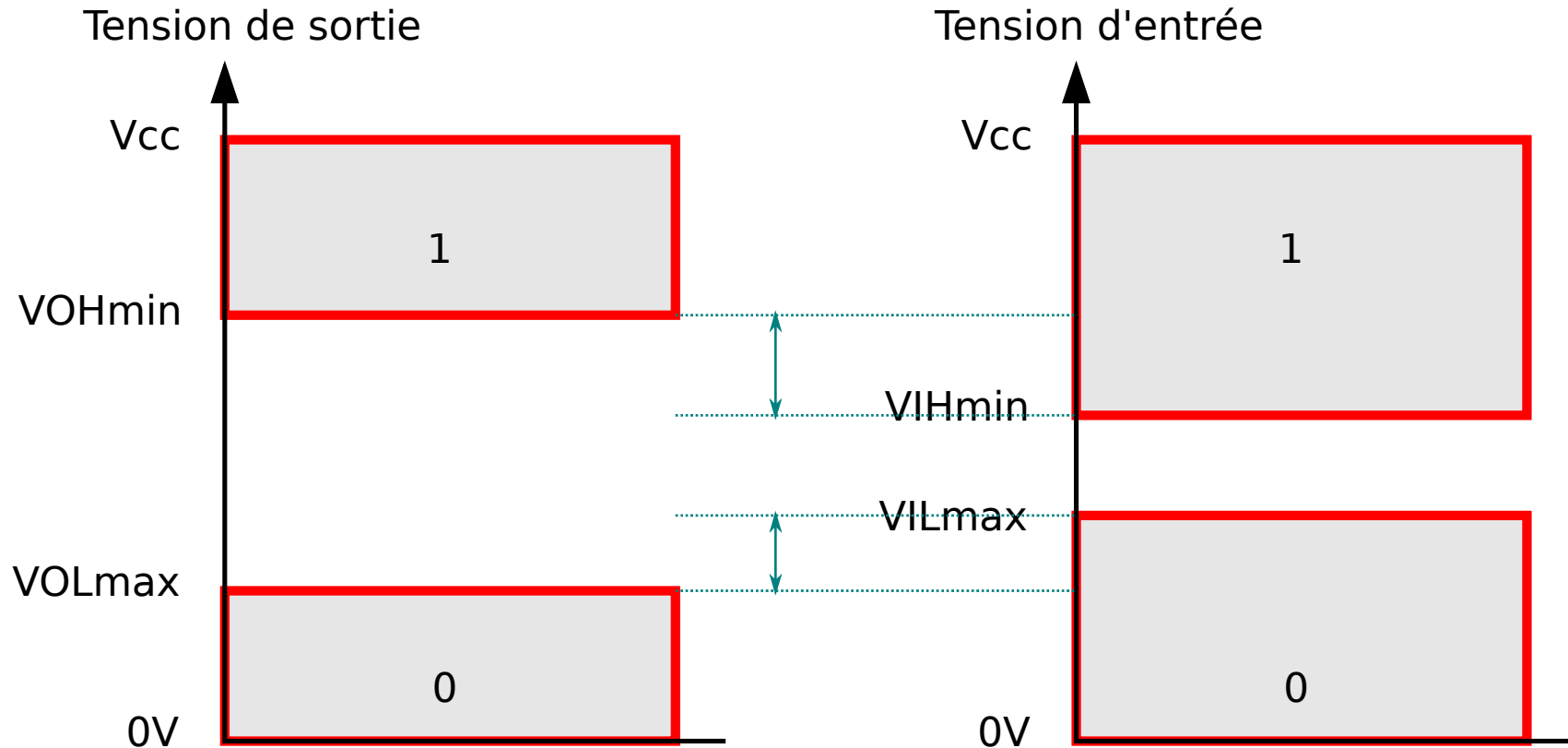


Caractéristiques électriques des circuits logiques

- V_{OL} : tension de sortie au niveau logique bas (Output Low)
- V_{IL} : tension d'entrée au niveau logique bas (Input Low)
- I_{IL} : courant d'entrée au niveau logique bas
- I_{OL} : courant de sortie au niveau logique bas



Caractéristiques électriques des circuits logiques



Caractéristiques temporelles des circuits logiques

- T_{PHL} : Propagation Time High to Low
- T_{PLH} : Propagation Time Low to High

